



C++ 八级

2026 年 09 月

1 单选题（每题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	B	C	B	A	B	B	C	D	A	B	A	A	C	D	D

第 1 题 用数字 0、1、2、3、4、5 组成没有重复数字的三位数，且该三位数能被 3 整除，共有（ ）个。

- ☐ A. 36
- ☐ B. 40
- ☐ C. 44
- ☐ D. 48

第 2 题 6 个人围成一圈就座，座位没有区分，但区分时针方向，且甲、乙两人必须相邻，则共有（ ）种不同坐法。

- ☐ A. 24
- ☐ B. 36
- ☐ C. 48
- ☐ D. 120

第 3 题 有 4 堆石子，数量分别为 1、2、3、4。每次可以合并相邻两堆，合并代价为两堆石子数之和。将所有石子合并成一堆的最小总代价为（ ）。

- ☐ A. 17
- ☐ B. 19
- ☐ C. 20
- ☐ D. 23

第 4 题 某二叉树的先序遍历序列为 A B D E C F G，中序遍历序列为 D B E A F C G，则其后序遍历序列为（ ）。

- ☐ A. D E B F G C A
- ☐ B. D B E F G C A
- ☐ C. D E B G F C A
- ☐ D. D E B F C G A

第 5 题 关于快速幂算法，下列说法正确的是（ ）。

- ☐ A. 快速幂可以处理任意负指数的情况

- ☐ B. 快速幂将指数按二进制拆分，能够把乘法次数从朴素乘幂时的 $O(b)$ 优化为 $O(\log b)$
- ☐ C. 快速幂只能在模数为质数时使用
- ☐ D. 快速幂的空间复杂度通常为 $O(b)$

第6题 杨辉三角中，第7行第3个数（行、列均从0开始计数）是（ ）。

- ☐ A. 21
- ☐ B. 35
- ☐ C. 42
- ☐ D. 56

第7题 一个长方形的长是宽的3倍，周长为48，则该长方形的面积为（ ）。

- ☐ A. 72
- ☐ B. 96
- ☐ C. 108
- ☐ D. 144

第8题 若 $x + y = 7$, $x - y = 1$ ，则 $x \times y$ 的值为（ ）。

- ☐ A. 7
- ☐ B. 8
- ☐ C. 10
- ☐ D. 12

第9题 关于最小生成树（MST）算法，下列说法正确的是（ ）。

- ☐ A. Prim 算法适用于稠密图，Kruskal 算法适用于稀疏图
- ☐ B. Prim 算法和 Kruskal 算法得到的最小生成树边集一定完全相同
- ☐ C. Kruskal 算法必须使用邻接矩阵存储图
- ☐ D. Prim 算法只能处理有向图

第10题 某连通带权无向简单图的边集合为 $\{(1, 2, 5), (1, 3, 1), (2, 3, 3), (2, 4, 4), (3, 4, 2), (3, 5, 6), (4, 5, 7)\}$ ，其中，每条边的三元组 (u, v, w) 表示结点 u 和结点 v 之间有一条权值为 w 的无向边。使用 Kruskal 算法按边权从小到大扫描，第3条被选入最小生成树的边是（ ）。

- ☐ A. $(1, 2, 5)$
- ☐ B. $(2, 3, 3)$
- ☐ C. $(3, 4, 2)$
- ☐ D. $(4, 5, 7)$

第11题 在使用小根堆（优先队列）优化的 Dijkstra 算法中，堆中每个元素通常存储的是（ ）。

- ☐ A. 顶点编号和该顶点当前的最短距离
- ☐ B. 边的权值和边的终点
- ☐ C. 顶点的入度
- ☐ D. 父结点编号和边权

第 12 题 在 Floyd 算法的经典三重循环 `for (k) for (i) for (j)` 中，最外层变量 `k` 表示 ()。

- ☐ A. 当前允许作为中间顶点的最大编号 (即只允许编号不超过 `k` 的顶点作为中间点)
- ☐ B. 当前起点
- ☐ C. 当前终点
- ☐ D. 当前最短路径的长度

第 13 题 下列常见复杂度量级，按渐近增长速度从慢到快排列，正确的是 ()。

- ☐ A. $O(n^2)$ 、 $O(n \log n)$ 、 $O(n)$ 、 $O(\log n)$
- ☐ B. $O(\log n)$ 、 $O(n)$ 、 $O(n^2)$ 、 $O(n \log n)$
- ☐ C. $O(\log n)$ 、 $O(n)$ 、 $O(n \log n)$ 、 $O(n^2)$
- ☐ D. $O(n \log n)$ 、 $O(\log n)$ 、 $O(n)$ 、 $O(n^2)$

第 14 题 对长度为 n 的数组使用差分数组支持 m 次区间加操作，最后通过一次前缀和还原每个位置的最终值，整个过程的渐进时间复杂度为 ()。

- ☐ A. $O(mn)$
- ☐ B. $O((n + m) \log n)$
- ☐ C. $O(n \log m)$
- ☐ D. $O(n + m)$

第 15 题 下列程序的输出结果为 ()。

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  class A {
4      public:
5      A() {
6          cout << "A";
7      }
8      ~A() {
9          cout << "~A";
10     }
11 };
12 class B : public A {
13     public:
14     B() {
15         cout << "B";
16     }
17     ~B() {
18         cout << "~B";
19     }
20 };
21 int main() {
22     B b;
23     return 0;
24 }
```

- ☐ A. BA~A~B
- ☐ B. BA~B~A
- ☐ C. AB~A~B
- ☐ D. AB~B~A

2 判断题（每题 2 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	✓	✓	×	✓	×	✓	✓	×	✓	✓

第 1 题 从 4 本不同的书中选出 3 本，分别分给甲、乙、丙 3 人，每人至多 1 本，共有 $P(4, 3) = 24$ 种不同分法。

第 2 题 对任意正整数 n ，二项式 $(a + b)^n$ 的展开式中，按项序从第 0 项起计数，奇数项系数之和等于偶数项系数之和。

第 3 题 若一个连通无向图的最小生成树中存在权值相同的边，则最小生成树一定不唯一。

第 4 题 使用邻接表存储图时，Dijkstra 算法的朴素实现（不使用堆优化）的时间复杂度为 $O(V^2)$ ，其中 V 为结点数。

第 5 题 堆排序是一种稳定的排序算法。

第 6 题 每个大于 1 的整数都可以唯一地分解为若干个质因数的乘积（不考虑因子顺序）。

第 7 题 循环队列通过牺牲一个存储单元，可以区分队空和队满两种状态。

第 8 题 在 C++ 语言的私有继承中，基类的 `public` 成员在派生类中仍为 `public` 成员。

第 9 题 使用滚动数组优化动态规划时，通常只能降低空间复杂度，不能降低时间复杂度。

第 10 题 一个三角形的三条边的边长分别为 5、12、13，则它的面积为 30。

3 编程题（每题 25 分，共 50 分）

3.1 编程题 1

- 试题名称：生成树计数
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.1.1 题目描述

给定一张有 n 个顶点 m 条边的无向连通图 G ，顶点依次以 $1, 2, \dots, n$ 编号。 G 有以下特殊的性质：

- G 中的每条边至多属于一个简单环。
- G 中没有重边与自环。

简单环是指环中顶点互不相同，且不经过重复边的回路。

请你求出 G 的不同生成树的数量。两棵生成树不同，当且仅当存在一条边在其中一棵生成树中出现，而不在另一棵生成树中出现。

由于答案可能很大，你只要求出答案对 998244353 取模的结果。

3.1.2 输入格式

第一行，两个正整数 n, m ，分别表示 G 的顶点数与边数。

接下来 m 行，每行两个整数 u_i, v_i ，表示一条连接顶点 u_i, v_i 的无向边。

3.1.3 输出格式

输出一行，一个整数，表示 G 的不同生成树的数量对 998244353 取模的结果。

3.1.4 样例

3.1.5 输入样例 1

1	7 8
2	1 2
3	2 3
4	3 1
5	3 4
6	4 5
7	5 6
8	6 7
9	7 4

3.1.6 输出样例 1

1	12
---	----

3.1.7 输入样例 2

1	5 4
2	1 2
3	1 3
4	2 4
5	2 5

3.1.8 输出样例 2

1	1
---	---

3.1.9 数据范围

对于 40% 的测试点，保证 $1 \leq n \leq 8$, $1 \leq m \leq 10$ 。

对于 60% 的测试点，保证 $1 \leq n \leq 2000$, $1 \leq m \leq 2000$ 。

对于所有测试点，保证 $1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq m \leq 10^5$, $1 \leq u_i, v_i \leq n$ 。

3.1.10 参考程序

```
1  #include <stdio>
2  #include <algorithm>
3  using namespace std;
4
5  const int N = 1e5 + 5;
6  const int E = N << 1;
7  const int mod = 998244353;
8
9  int n, m;
10 int h[N], to[E], nx[E], et;
11 int d[N];
12 int ans;
13
14 void ae(int u, int v) {
15     to[++et] = v;
16     nx[et] = h[u];
17     h[u] = et;
18 }
19
20 void dfs(int u, int p=0) {
21     d[u] = d[p] + 1;
22     for (int i = h[u]; i; i = nx[i]) {
23         int v = to[i];
24         if (v == p)
25             continue;
26         if (!d[v])
27             dfs(v, u);
28         if (d[v] < d[u])
29             ans = 1ll * ans * (d[u] - d[v] + 1) % mod;
30     }
31 }
32
33 int main() {
34     scanf("%d%d", &n, &m);
35     for (int i = 1; i <= m; i++) {
36         int u, v;
37         scanf("%d%d", &u, &v);
38         ae(u, v);
39         ae(v, u);
40     }
41     ans = 1;
42     dfs(1);
43     printf("%d\n", ans);
44     return 0;
45 }
```

3.2 编程题 2

- 试题名称：末班车
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.2.1 题目描述

城市里有 n 个地铁站以及 m 条地铁线路，地铁站依次以 $1, 2, \dots, n$ 编号。

第 i 条地铁线路 ($1 \leq i \leq m$) 的列车从地铁站 u_i 单向驶向地铁站 v_i ，最晚发车时间为第 l_i 分钟，途中行驶需要 t_i 分钟。从第 0 分钟到第 l_i 分钟，每分钟都会有一班列车从地铁站 u_i 发出。第 x 分钟 ($0 \leq x \leq l_i$) 发出的列车会在第 $x + t_i$ 分钟到达地铁站 v_i ，乘坐这班列车的乘客可以换乘第 $x + t_i$ 分钟以及之后的所有从地铁站 v_i 发出的任意线路的列车。

现在有 q 组询问。第 i 组询问 ($1 \leq i \leq q$) 给出起点地铁站编号 x_i ，终点地铁站编号 y_i 以及出发时间 s_i ，你需要判断第 s_i 分钟从地铁站 x_i 出发是否能到达地铁站 y_i 。第 s_i 分钟从地铁站 x_i 出发意味着你可以乘坐第 s_i 分钟以及之后的所有从地铁站 x_i 发出的任意线路的列车。

3.2.2 输入格式

第一行，三个正整数 n, m, q ，分别表示地铁站数量，地铁线路数量，询问数量。

接下来 m 行，每行四个整数 u_i, v_i, l_i, t_i ，分别表示地铁线路的起点，终点，最晚发车时间，行驶所需时间。

接下来 q 行，每行三个整数 x_i, y_i, s_i ，分别表示行程起点，行程终点，出发时间。

3.2.3 输出格式

输出共 q 行。对于每组询问，如果第 s_i 分钟从地铁站 x_i 出发能到达地铁站 y_i 则输出一行 `Yes`，否则输出一行 `No`。请注意输出区分大小写。

3.2.4 样例

3.2.5 输入样例

```
1 3 4 5
2 1 2 3 3
3 2 3 5 2
4 3 1 4 1
5 1 3 0 6
6 1 3 2
7 2 1 2
8 2 1 3
9 3 2 2
10 3 2 3
```

3.2.6 输出样例

```
1 Yes
2 Yes
3 No
4 Yes
5 No
```

3.2.7 数据范围

对于 40% 的测试点，保证 $q \leq 100$ 。

对于所有测试点，保证：

- $1 \leq n \leq 500$
- $1 \leq m \leq 1000$
- $1 \leq q \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i, x_i, y_i \leq n$
- $0 \leq l_i, s_i \leq 10^5$

- $1 \leq t_i \leq 10^4$

3.2.8 参考程序

```
1  #include <stdio>
2  #include <algorithm>
3  #include <queue>
4  using namespace std;
5
6  const int N = 505;
7  const int E = 1005;
8  const int oo = 1e9;
9
10 int n, m;
11 int h[N], to[E], nx[E], l[E], t[E];
12 int d[N][N];
13 priority_queue<pair<int, int> > q;
14
15 void calc(int u, int d[]) {
16     for (int i = 1; i <= n; i++)
17         d[i] = -oo;
18     d[u] = oo;
19     q.push(make_pair(d[u], u));
20     while (!q.empty()) {
21         pair<int, int> p = q.top();
22         q.pop();
23         if (d[p.second] != p.first)
24             continue;
25         int u = p.second;
26         for (int i = h[u]; i; i = nx[i]) {
27             int v = to[i];
28             int w = min(d[u] - t[i], l[i]);
29             if (w < 0)
30                 continue;
31             if (w > d[v]) {
32                 d[v] = w;
33                 q.push(make_pair(d[v], v));
34             }
35         }
36     }
37 }
38
39 int main() {
40     int q;
41     scanf("%d%d%d", &n, &m, &q);
42     for (int i = 1; i <= m; i++) {
43         int u, v;
44         scanf("%d%d%d%d", &u, &v, &l[i], &t[i]);
45         to[i] = u;
46         nx[i] = h[v];
47         h[v] = i;
48     }
49     for (int i = 1; i <= n; i++)
50         calc(i, d[i]);
51     while (q--) {
52         int u, v, s;
53         scanf("%d%d%d", &u, &v, &s);
54         if (s <= d[v][u])
55             printf("Yes\n");
56         else
57             printf("No\n");
58     }
59     return 0;
60 }
```