



C++ 五级

2026 年 09 月

1 单选题（每题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	A	C	B	C	D	B	A	D	C	B	D	A	D	C	C

第 1 题 小杨用单链表保存任务序列，并同时维护头指针 `head` 和尾指针 `tail`。在链表非空且已知 `tail` 的情况下，在表尾插入新结点的时间复杂度是（ ）。

```
1 struct Node {  
2     int value;  
3     Node *next;  
4 };  
5  
6 Node *head;  
7 Node *tail;
```

- ☐ A. $O(1)$
- ☐ B. $O(\log n)$
- ☐ C. $O(n)$
- ☐ D. $O(n \log n)$

第 2 题 在不带哨兵结点的双向链表中，结点 `p` 既不是头结点也不是尾结点。删除 `p` 的正确代码是（ ）。

```
1 struct Node {  
2     int value;  
3     Node *prev;  
4     Node *next;  
5 };
```

☐ A.

```
1 p->prev = p->next;  
2 p->next = p->prev;  
3 delete p;
```

☐ B.

```
1 p->prev->next = p;  
2 p->next->prev = p;  
3 delete p;
```

☐ C.

```
1 p->prev->next = p->next;  
2 p->next->prev = p->prev;  
3 delete p;
```

☐ D.

```
1 p->next = p->prev;
2 p->prev->next = nullptr;
3 delete p;
```

第3题 下面函数使用快慢指针查找单链表的中间结点。横线处应填写（ ）。

```
1 struct Node {
2     int value;
3     Node *next;
4 };
5
6 Node *middle(Node *head) {
7     Node *slow = head;
8     Node *fast = head;
9     while (fast != nullptr && fast->next != nullptr) {
10         slow = slow->next;
11         -----
12     }
13     return slow;
14 }
```

☐ A. fast = fast->next;

☐ B. fast = fast->next->next;

☐ C. fast = slow->next;

☐ D. fast = head->next;

第4题 函数 gcd(int a, int b) 定义如下，则 gcd(105, 45) 的结果是（ ）。

```
1 int gcd(int a, int b) {
2     return b == 0 ? a : gcd(b, a % b);
3 }
```

☐ A. 3

☐ B. 5

☐ C. 15

☐ D. 45

第5题 下面函数用于判断正整数 n 是否为质数。横线处的最佳写法是（ ）。

```
1 bool isPrime(int n) {
2     if (n < 2)
3         return false;
4     for (int i = 2; -----; i++) {
5         if (n % i == 0)
6             return false;
7     }
8     return true;
9 }
```

☐ A. i < n

☐ B. i <= n / 2

☐ C. i * i < n

☐ D. (long long) i * i <= n

第6题 下面代码实现线性筛法。为了保证每个合数只被其最小质因子筛去一次，横线处应填写（ ）。

```
1 vector<int> linearSieve(int n) {
2     vector<bool> composite(n + 1, false);
3     vector<int> primes;
4
5     for (int i = 2; i <= n; i++) {
6         if (!composite[i])
7             primes.push_back(i);
8         for (int p : primes) {
9             if ((long long)i * p > n)
10                break;
11            composite[i * p] = true;
12            if (_____)
13                break;
14        }
15    }
16    return primes;
17 }
```

- ☐ A. $p \% i == 0$
- ☐ B. $i \% p == 0$
- ☐ C. $i == p$
- ☐ D. $i * p == n$

第7题 根据唯一分解定理，整数 756 的正确质因数分解是（ ）。

- ☐ A. $2^2 \times 3^3 \times 7$
- ☐ B. $2^3 \times 3^2 \times 7$
- ☐ C. $2^2 \times 3^2 \times 21$
- ☐ D. $2 \times 3^3 \times 14$

第8题 函数 `f(int n)` 定义如下，则 `f(4)` 的结果是（ ）。

```
1 int f(int n) {
2     if (n == 1)
3         return 1;
4     return n + f(n - 1);
5 }
```

- ☐ A. 4
- ☐ B. 7
- ☐ C. 9
- ☐ D. 10

第9题 在升序数组中查找第一个严格大于 `x` 的元素位置，下面代码中的横线应填写（ ）。

```

1  int upperBound(const vector<int> &a, int x) {
2      int l = 0, r = (int)a.size();
3      while (l < r) {
4          int mid = l + (r - l) / 2;
5          if (_____) {
6              l = mid + 1;
7          } else {
8              r = mid;
9          }
10     }
11     return l;
12 }

```

- ☐ A. `a[mid] < x`
- ☐ B. `a[mid] >= x`
- ☐ C. `a[mid] <= x`
- ☐ D. `a[mid] > x`

第 10 题 小杨需要把若干箱货物按原顺序分配到 `days` 天中，每天运输连续的若干箱，求能够完成任务的最小载重量。函数 `check(cap)` 判断载重量为 `cap` 时能否在规定天数内运完。横线处应填写（ ）。

```

1  long long l = maxWeight;
2  long long r = totalWeight;
3
4  while (l < r) {
5      long long mid = l + (r - l) / 2;
6      if (check(mid)) {
7          _____
8      } else {
9          _____
10     }
11 }
12 cout << l;

```

- ☐ A. `l = mid + 1;` 和 `r = mid;`
- ☐ B. `r = mid;` 和 `l = mid + 1;`
- ☐ C. `r = mid - 1;` 和 `l = mid;`
- ☐ D. `l = mid;` 和 `r = mid - 1;`

第 11 题 下面是归并排序中合并两个有序区间（升序排序）的部分代码。若希望排序保持稳定，横线处应填写（ ）。

```

1  while (i <= mid && j <= right) {
2      if (_____) {
3          temp.push_back(a[i++]);
4      } else {
5          temp.push_back(a[j++]);
6      }
7  }

```

- ☐ A. `a[i] < a[j]`
- ☐ B. `a[i] > a[j]`
- ☐ C. `a[i] >= a[j]`
- ☐ D. `a[i] <= a[j]`

第 12 题 下面快速排序的划分函数以 `a[right]` 为枢轴，并把不大于枢轴的元素移动到左侧。横线处应填写（ ）。

```
1 int partition(int a[], int left, int right) {
2     int pivot = a[right];
3     int i = left - 1;
4     for (int j = left; j < right; j++) {
5         if (_____) {
6             i++;
7             swap(a[i], a[j]);
8         }
9     }
10    swap(a[i + 1], a[right]);
11    return i + 1;
12 }
```

- ☐ A. `a[j] <= pivot`
- ☐ B. `a[j] > pivot`
- ☐ C. `a[i] <= pivot`
- ☐ D. `a[right] < a[j]`

第 13 题 小杨要在一个教室安排尽可能多场活动，每场活动具有开始时间 `start` 和结束时间 `end`。采用贪心算法时，正确的选择策略是（ ）。

```
1 struct Activity {
2     int start;
3     int end;
4 };
```

- ☐ A. 每次选择开始时间最早的活动
- ☐ B. 每次选择持续时间最短的活动
- ☐ C. 每次选择参与人数最少的活动
- ☐ D. 按结束时间从早到晚排序，依次选择与已选活动不冲突的活动

第 14 题 下面函数使用迭代方法求最大连续子段和。对于数组 `{-2, 3, -1, 5, -6, 2}`，函数返回值是（ ）。

```
1 int maxSubArray(const vector<int> &a) {
2     int best = a[0];
3     int current = a[0];
4     for (int i = 1; i < (int)a.size(); i++) {
5         current = max(a[i], current + a[i]);
6         best = max(best, current);
7     }
8     return best;
9 }
```

- ☐ A. 5
- ☐ B. 6
- ☐ C. 7
- ☐ D. 8

第 15 题 数组 `a` 和 `b` 按低位在前的顺序保存两个非负大整数。下面代码实现高精度加法，横线处应填写（ ）。

```

1  vector<int> add(const vector<int> &a, const vector<int> &b) {
2      vector<int> c;
3      int carry = 0;
4      int n = max(a.size(), b.size());
5
6      for (int i = 0; i < n; i++) {
7          int sum = carry;
8          if (i < a.size())
9              sum += a[i];
10         if (i < b.size())
11             sum += b[i];
12         c.push_back(sum % 10);
13         -----
14     }
15     if (carry)
16         c.push_back(carry);
17     return c;
18 }

```

- ☐ A. `carry = sum % 10;`
- ☐ B. `carry = sum;`
- ☐ C. `carry = sum / 10;`
- ☐ D. `carry = c[i] / 10;`

2 判断题（每题 2 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	√	×	√	√	×	√	×	√	×	×

第 1 题 下面代码在已知结点 `p` 的情况下，能够以 $O(1)$ 的时间在单链表的 `p` 结点之后插入新结点 `s`。

```

1  s->next = p->next;
2  p->next = s;

```

第 2 题 下面代码可以安全地删除单链表的头结点，并使 `head` 指向删除后的新头结点。

```

1  Node *p = head;
2  delete p;
3  head = p->next;

```

第 3 题 下面欧几里得算法既适用于 $a > b$ ，也适用于 $a < b$ ，只要 a 、 b 是正整数。

```

1  int gcd(int a, int b) {
2      while (b != 0) {
3          int r = a % b;
4          a = b;
5          b = r;
6      }
7      return a;
8  }

```

第 4 题 下面埃氏筛从 $i * i$ 开始标记，是因为 $i * i$ 之前的 i 的合数倍数已经被更小的质因子标记过。

```

1  for (int i = 2; (long long)i * i <= n; i++) {
2      if (isPrime[i]) {
3          for (int j = i * i; j <= n; j += i) {
4              isPrime[j] = false;
5          }
6      }
7  }

```

第5题 下面程序的时间复杂度为 $O(n)$ 。

```

1  for (int i = 1; i <= n; i *= 2) {
2      cout << i << endl;
3  }

```

第6题 若数组 `a` 已按升序排列，下面函数能够返回最后一个小于等于 `x` 的元素下标；如果不存在，则返回 `-1`。

```

1  int findLastLE(const vector<int> &a, int x) {
2      int l = 0, r = (int)a.size() - 1;
3      int ans = -1;
4      while (l <= r) {
5          int mid = l + (r - l) / 2;
6          if (a[mid] <= x) {
7              ans = mid;
8              l = mid + 1;
9          } else {
10             r = mid - 1;
11         }
12     }
13     return ans;
14 }

```

第7题 快速排序中如果选取区间第一个元素作为枢轴。当输入数组已经升序排列时，其最坏时间复杂度仍为 $O(n \log n)$ 。

第8题 归并排序的递推式为 $T(n) = 2T(n/2) + O(n)$ ，对应的时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

第9题 下面的贪心代码一定能对任意硬币面值集合 `coins` 求出 `money` 所需的最少硬币数。

```

1  int count = 0;
2  for (int coin : coins) { // coins 按面值从大到小排列
3      count += money / coin;
4      money %= coin;
5  }

```

第10题 假设两个非负高精度整数分别存储在数组 `a` 和 `b` 中，且 $a \geq b$ 。数组采用低位在前的方式存储，即 `a[0]` 表示个位。下面代码中的 `c` 可以正确保存 `a - b` 的各位数字。

```

1  int borrow = 0;
2  for (int i = 0; i < len; ++i) {
3      int t = a[i] - b[i] + borrow;
4      if (t < 0) {
5          t += 10;
6          borrow = 1;
7      } else {
8          borrow = 0;
9      }
10     c[i] = t;
11 }

```

3 编程题（每题 25 分，共 50 分）

3.1 编程题 1

- 试题名称：哥德巴赫猜想
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.1.1 题目描述

众所周知，哥德巴赫猜想是说，任何大于 2 的偶数都能写成两个质数（素数）之和。例如：

- $4 = 2 + 2$
- $6 = 3 + 3$
- $8 = 3 + 5$
- $10 = 3 + 7 = 5 + 5$

聪明的你肯定想知道，对于大于 2 的偶数 n ，它有多少种写成两个质数之和的方法。例如 4，6 和 8 都只有一种方法，10 有两种方法。请你编写程序计算这个问题的答案。

在本题中，我们认为两种方案不同，当且仅当两种分解方案包含的素数互不相同；即 $10 = 3 + 7$ 和 $10 = 7 + 3$ 是同一种方案，不能重复计数。

3.1.2 输入格式

一行，一个大于 2 的偶数 n 。

3.1.3 输出格式

一行，一个整数，表示将 n 写成两个质数之和的方法数。

3.1.4 样例

3.1.5 输入样例 1

```
1 | 4
```

3.1.6 输出样例 1

```
1 | 1
```

3.1.7 输入样例 2

```
1 | 10
```

3.1.8 输出样例 2

```
1 | 2
```

3.1.9 数据范围

对于 40% 的测试点，保证 $4 \leq n \leq 100$ 。

对于所有测试点，保证 $4 \leq n \leq 10^6$ 。

3.1.10 参考程序

```
1  #include <cassert>
2  #include <cstdio>
3  using namespace std;
4
5  int n, ans;
6
7  bool not_prime[1000005];
8  int primes[500000], pcnt = 0;
9
10 void get_primes() {
11     not_prime[1] = true;
12     for (int i = 2; i <= n; ++i) {
13         if (!not_prime[i]) {
14             primes[pcnt++] = i;
15             for (int j = 2; i * j <= n; ++j) {
16                 not_prime[i * j] = true;
17             }
18         }
19     }
20 }
21
22 int main() {
23     scanf("%d", &n);
24     get_primes();
25     for (int i = 0; i < pcnt && primes[i] <= n / 2; ++i)
26         if (!not_prime[n - primes[i]])
27             ans++;
28     printf("%d\n", ans);
29     return 0;
30 }
```

3.2 编程题 2

- 试题名称：饮品调制
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.2.1 题目描述

你想调制一份甜度恰到好处的饮品给你的朋友们品尝。

有 n 种原料可供用于调制饮品。第 i 种原料存量有 v_i 升，每升含有 s_i 克糖分。你可以自由选择原料加入饮品，但每种原料的使用量不得超过其剩余存量。也就是说，假设第 i 种原料选用 k_i 升，应当有 $0 \leq k_i \leq v_i$ ， k_i 可以取 0 到 v_i 之间的任何数字（包括小数）。

一份甜度恰到好处的饮品需要保证甜度恰好为 t 。最终你调制得到的饮品甜度将为 $\frac{\sum_{i=1}^n k_i \cdot s_i}{\sum_{i=1}^n k_i}$ 。为了让更多的朋友喝到饮品，请问最多能调制出多少升甜度恰到好处的饮品？如果无法调制出甜度恰到好处的饮品，则认为答案是 0。

3.2.2 输入格式

第一行，两个整数 n, t ，分别表示原料种类数量，恰到好处的甜度。

接下来 n 行，每行两个整数 v_i, s_i ，分别表示第 i 种原料的存量体积，每升含有的糖分质量。

3.2.3 输出格式

一行，一个小数，表示能调制出的甜度恰到好处的饮品最大体积，保留三位小数。

3.2.4 样例

3.2.5 输入样例 1

1	4 2
2	6 1
3	5 2
4	8 5
5	1 0

3.2.6 输出样例 1

1	14.667
---	--------

3.2.7 输入样例 2

1	2 5
2	3 4
3	5 3

3.2.8 输出样例 2

1	0.000
---	-------

3.2.9 数据范围

对于 40% 的测试点，保证 $n = 2$ 。

对于所有测试点，保证 $1 \leq n \leq 2000$ ， $0 \leq t \leq 200$ ， $1 \leq v_i \leq 100$ ， $0 \leq s_i \leq 200$ 。

3.2.10 参考程序

```
1  #include <cstdio>
2  #include <algorithm>
3  using namespace std;
4
5  const int N = 2005;
6
7  int n, t;
8  int v[N], s[N], p[N];
9  double ans;
10
11 bool cmp(int x, int y) {
12     return s[x] < s[y];
13 }
14
15 int main() {
16     scanf("%d%d", &n, &t);
17     for (int i = 1; i <= n; i++) {
18         scanf("%d%d", &v[i], &s[i]);
19         p[i] = i;
20     }
21     sort(p + 1, p + n + 1, cmp);
22     int ss = 0, sv = 0;
23     for (int i = 1; i <= n; i++) {
24         int cv = v[p[i]], cs = s[p[i]];
25         if (ss + cs * cv > t * (sv + cv)) {
26             double k = (double)(t * sv - ss) / (cs - t);
27             ans = max(ans, sv + k);
28             break;
29         }
30         ss += cs * cv;
31         sv += cv;
32     }
33     if (ss == sv * t) ans = max(ans, (double) sv);
34     sv = ss = 0;
35     for (int i = n; i >= 1; i--) {
36         int cv = v[p[i]], cs = s[p[i]];
37         if (ss + cs * cv < t * (sv + cv)) {
38             double k = (double)(t * sv - ss) / (cs - t);
39             ans = max(ans, sv + k);
40             break;
41         }
42         ss += cs * cv;
43         sv += cv;
44     }
45     if (ss == sv * t) ans = max(ans, (double) sv);
46     printf("%.3lf\n", ans);
47     return 0;
48 }
```